1．三次元正方格子の一価金属について、原子間隔をaとするとき、第一ブリユアンゾーンとフェルミ球の大きさについて論ぜよ。但し、電子密度を n とした場合、フェルミエネルギーは、$\varepsilon_{\mathrm{F}}=\frac{\hbar^2\left(3\pi^2 n\right)^{2/3}}{2m}$ で与えられるとする。

2．単純正方格子で二次元 tight binding 近似による分散を$\varepsilon=\varepsilon_0-T\left(\cos ak_x+\cos ak_y\right)$とするとき，第一ブリユアンゾーン($k_x\,,k_y=-\frac{\pi}{a}\sim+\frac{\pi}{a}$)内で、エネルギー等高線を描け。但し，$T$は定数とし、エネルギーは ε_0-2T ～ ε_0+2T の間の十点程度とする。特にエネルギーが ε_0の場合の等高線を太線で示せ。

3．一次元 tight binding 近似による分散を$\varepsilon=\varepsilon_0-T\cos ak$ とするとき、有効質量m^*と群速度v_{g}を求め、グラフを第一ブリユアンゾーン($k=-\frac{\pi}{a}\sim+\frac{\pi}{a}$)内で描け

4．前問で、有効質量が第一ブリユアンゾーン境界付近において負の値をとる理由を説明せよ

5．原子軌道波動関数$\phi(r)$を並べたブロッホ状態$\psi(\vec{r})=\sum_j e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}_j}\phi\left(\vec{r}-\vec{x}_j\right)$が、ブロッホの定理「原子間隔のベクトルを$\vec{a}$とするとき、$\psi(\vec{r}+\vec{a})=e^{i\vec{k}\cdot\vec{a}}\,\psi(\vec{r})$ 」を満たすことを証明せよ。

またこのとき、Bloch の定理の別表現 $\psi(\vec{r})=e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}u(\vec{r})$も満たしていることを証明せよ。但し$u(\vec{r})$は周期$\vec{a}$の周期関数とする。

さらに、最後の式で$u(\vec{r})$が実数と仮定した場合に、$\psi(\vec{r})$の確率の流れの密度

$\frac{\hbar}{2mi}\left(\psi^*(\nabla\psi)-(\nabla\psi^*)\psi\right)$を求めよ。

6．局在スピン磁性体における分子場近似とスピン波（マグノン）について説明せよ

7．超伝導のクーパー対について説明せよ。また、臨界温度T_{C}の超伝導体のクーパー対が、フェルミ面付近に居る、エネルギーの不確定さ$\delta\varepsilon=k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{C}}$程度の電子で構成されているとした場合のクーパー対の大きさを、不確定性原理$\delta x\cdot\delta p\simeq\hbar$ を用いて評価せよ。

この問題用紙は持ち帰ること、【重要】途中の計算を書いていない答案は採点しない