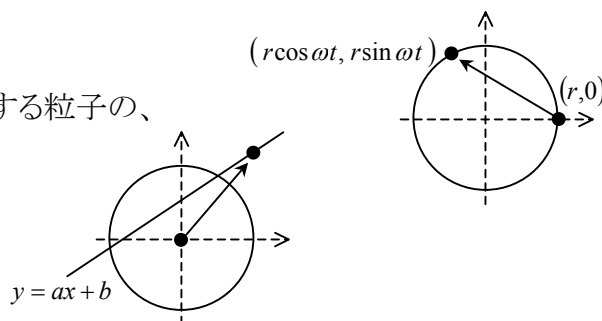


1. 【角運動量】

半径 r の円周上を角速度 ω で円運動している粒子の、円周上の点 $(r,0)$ のまわりの角運動量を求めましょう。

直線 $y = ax + b$ 上を速さ v で等速直線運動する粒子の、原点のまわりの角運動量を求めましょう。



2. 【重心座標と相対座標】

二つの質点の座標を \vec{x}_1, \vec{x}_2 、質量を m_1, m_2 、それぞれが及ぼし合う力を $\vec{f}_{12}, \vec{f}_{21}$ とします。

それぞれの粒子の運動方程式は $\begin{cases} m_1 \ddot{\vec{x}}_1 = \vec{f}_{12} \\ m_2 \ddot{\vec{x}}_2 = \vec{f}_{21} \end{cases}$ です。作用反作用の法則より、 $\vec{f} = \vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21}$ が

成り立っています。このとき、二つの粒子の重心 $\vec{X} = \frac{m_1 \ddot{\vec{x}}_1 + m_2 \ddot{\vec{x}}_2}{m_1 + m_2}$ 及び相対座標 $\vec{x} = \vec{x}_1 - \vec{x}_2$ の

満たす運動方程式を書きましょう。

さらに、 $m_1 \gg m_2$ の場合に、重心と相対座標は、元の座標 \vec{x}_1, \vec{x}_2 とどう関係になるかを調べましょう。

3. 【楕円】

ケプラー問題を解くと楕円軌道 $r = \frac{l}{1 + \varepsilon \cos \theta}$ になると習いました (l, ε は定数)。

(ア) $\varepsilon = 0$ の場合に円になることを示しましょう。 ヒント—円の半径は一定です。

(イ) $\varepsilon = 1$ の場合に、横向き放物線になることを示しましょう。

ヒント—放物線の式で x と y を入れ替えたもの $y^2 \propto x$ が「横向き放物線」です。

(ウ) $\varepsilon = 0.5, 1.5$ の場合のグラフを実際に描いて見ましょう ($l=1$ で良いです)。

やり方は、極座標の定義 $\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$ に軌道の式を代入します。すると、

$$\begin{cases} x = \frac{l \cos \theta}{1 + \varepsilon \cos \theta} \\ y = \frac{l \sin \theta}{1 + \varepsilon \cos \theta} \end{cases} \text{ となって、これは座標 } (x, y) \text{ のパラメータ表示 (媒介変数表示) です。}$$

例えば、 $\theta = 0$ なら、 $(x, y) = \left(\frac{l}{1 + \varepsilon}, 0 \right)$ です。

あとは、 $\theta = 0 \sim 360^\circ$ まで十度置きくらいに、関数電卓 (Windows にも内蔵されています) を使って、方眼紙 (グラフ用紙) に点を書き込みます。