

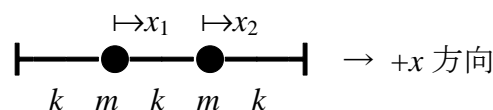
ラグランジアンとオイラー・ラグランジュ方程式から、運動方程式を求めよう その2

復習) 古い座標と新しい座標

$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = 0 \end{cases}$ に対して $\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$ という新しい座標 (r, θ) を考えると、 L を (r, θ) で書き直すだけで、

微分の変数変換は不要で単に、 $\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial r} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \theta} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = 0 \end{cases}$ として良い。

【問題1】右図のようにバネ定数 k の三つのバネで繋がれた二つの質点のラグランジアンを書き、オイラー・ラグランジュ方程式に代入して運動方程式を求めよう。但し、両側のバネは壁に固定されているとする。



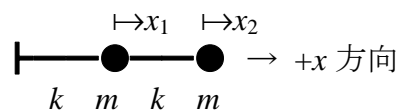
【問題2】前問において、 $\begin{cases} X = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ Y = x_1 - x_2 \end{cases}$ という新しい座標 (X, Y) を考えて、ラグランジアンを書き直そう。

このラグランジアンをよく眺めて(3分間以上)、どのような運動であるか当ててみよう。わからない

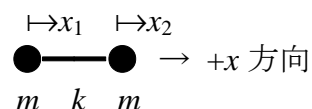
人は、新しい座標に関するオイラー・ラグランジュ方程式 $\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial X} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{X}} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial Y} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{Y}} = 0 \end{cases}$ に実際、代入して運動方程式を求めてみよう。

※以下の問題はラグランジアンを書き下すだけでも良い。

【問題3】右図のようにバネ定数 k の二つのバネで繋がれた二つの質点のラグランジアンを求めよう。但し、左側のバネは壁に固定されているとする。



【問題4】右図のようにバネ定数 k のバネで繋がれた二つの質点のラグランジアンを求めよう。



【問題5】右図のようにバネ定数 k の四つのバネで繋がれた三つの質点のラグランジアンを求めよう。但し、両側のバネは壁に固定されているとする。

