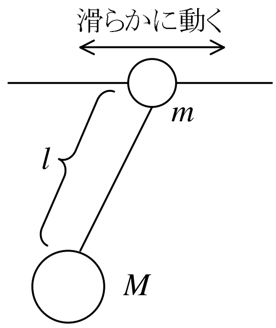
1. 右図のように、水平線上を滑らかに動く質点 m に長さ l の軽い棒と、質点 M がつながっている。
m の位置を x 、棒の角度を θ として、ラグランジアンを求め、オイラーラグランジュの運動方程式を求めよ。

次に、座標 x，θ に対する一般化運動量を求め、これを使って、ラグランジアンをハミルトニアンに変換し、さらに、正準方程式を求めよ。



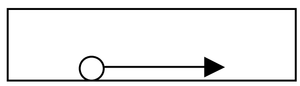
2. 外力の加わった調和振動子 $\ddot{x}+\omega_0^2 x = B\cos\omega_0 t$ の特解が、$x=\dfrac{Bt\sin\omega_0 t}{2\omega_0}$ であることを、代入して確かめよ。但し、ω_0 や B は定数である。
（一般解はもちろん、$A\cos(\omega_0 t+\phi)+$ 特解である。）

3. 摩擦のある調和振動子 $\ddot{x}+2\lambda\dot{x}+\omega_0^2 x=0$ について、$\lambda=\pm\omega_0$ の場合の解を求めよ。但し、解は二つある。ヒント：わかりにくい方の解は $\propto te^{-\lambda t}$ である。

4. 一次元空間内を運動する質点について、極小点 x_0 を持つ任意のポテンシャル $U(x)$ において、極小点のまわりで、単振動することを示せ。
ヒント：$U(x)$ は $x=x_0$ において極小なので、$U'(x_0)=0$ である。

5. 摩擦の無い調和振動子 $\ddot{x}+\omega_0^2 x=0$ の解 $x(t)$ と運動量 $p(t)$ を求め、横軸 $x(t)$、縦軸 $p(t)$ のグラフにせよ。（つまり、t に関する媒介変数表示）

6. 両側が壁に囲まれた空間で、一次元往復運動する質点を考える。壁と壁の間隔は l で、衝突の際のエネルギーの損失は無い（弾性衝突）ものとする。
粒子は同じ速さで往復運動をする。運動量と座標について、前問と同様に、媒介変数表示のグラフにしてみよ。
ヒント： $p(t)$ の符号に注意せよ。



7. ポテンシャル $U(r)=-\dfrac{C}{r}$ が存在する二次元平面内を運動する質点のラグランジアンを極座標で書け。但し C は定数である。次に、オイラーラグランジュ方程式 $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{r}}\right)-\dfrac{\partial L}{\partial r}=0$，$\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right)-\dfrac{\partial L}{\partial \theta}=0$ を求めよ。
このうち、θ に関するオイラーラグランジュ方程式は、$\dfrac{d}{dt}\left(2mr^2\dot{\theta}\right)=0$ となるので、角運動量 $mr^2\dot{\theta}$ が保存することを意味している。ここでその角運動量を l と置く（l は定数である）。
この l を r に関するオイラーラグランジュ方程式に代入して、変数 r だけの運動方程式を求めよ。

8. 前問で r の運動方程式は、実は $\ddot{r}=$ 定数 $\times r^{-3}+$ 定数 $\times r^{-2}$ の形をしているはずである。左辺をグラフに描き、r に関してどのような運動であるか述べよ。
また、r が大きいときと小さいときとで、角速度はどのように変化するか、角運動量の保存則を元に述べよ。

9. 前問で、ポテンシャルが $U(r)=-\dfrac{C}{r^2}$ であるとする（C は定数）。この場合、r の運動方程式を書け。
定数 C がどのような値の時に、$\ddot{r}=0$ となるか？
C をそのような値に選んだときに、質点はどのような運動をするか？