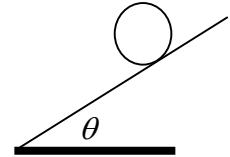
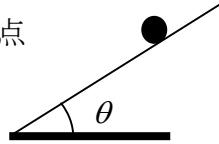


機能創造理工学 II 演習

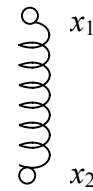
以下の問題をラグランジアンを用いて運動方程式を導きましょう (微分方程式を解く必要はありませんが、解けそうな問題は解いてみてください)

- 1 坂道 (傾き θ) を転がり落ちる質点



- 2 坂道 (傾き θ) を転がり落ちる半径 a 、質量 m の球 (慣性モーメントは $\frac{5}{2}ma^2$)

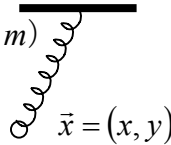
- 3 バネ (バネ定数 k) の両側に二つの質点 m が繋がったものの落下



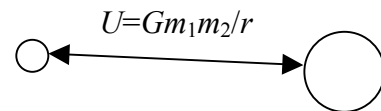
- 4 両側を壁に繋がれた三つのバネ (バネ定数 k) と二つの質点 (質量 m)



- 5 バネ振り子 (バネ定数 k 、長さ L 、質量 m)



- 6 万有引力が働いている質量 m_1 と m_2 の二つの質点



- 7 $L = \frac{1}{2}m|\dot{\vec{x}}|^2$ (\vec{x} は二次元ベクトル) について、極座標変換 $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$ を行い、運動方程式を求めましょう。

- 8 $L = \frac{m\dot{x}_1^2}{2} + \frac{m\dot{x}_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} - \frac{k(x_1-x_2)^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$ を座標変換 $x_1 = (X+Y)/\sqrt{2}$, $x_2 = (X-Y)/\sqrt{2}$ で独立な二つの調和振動子に変換し、解きましょう。さらに、 X と Y の基準座標はどういう運動に対応しているか図示しましょう。

- 9 $L = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + 2\dot{x}\dot{y} + \dot{x}^2 y^2 + 2\dot{x}y\dot{y} + x^2 \dot{y}^2$ という、一見わけのわからないラグランジアンの問題を、座標変換 $x+y = X$, $xy = Y$ によって解きましょう。